

Philosophie magazine, février 2009

21 janvier > ESSAI États-Unis

Des chiffres et des lettres

Qu'est-ce qu'un mathématicien ? Gregory Chaitin, l'un des grands noms du moment raconte comment le hasard vient perturber ce drôle de travail.

Avouons-le : le titre a de quoi effrayer : *Hasard et complexité en mathématiques*. La préface n'est pas non plus rassurante. En puis arrive le texte de Gregory Chaitin. C'est l'un des grands mathématiciens contemporains qui a contribué à faire progresser le langage informatique. Il est d'origine argentine, a fait sa carrière aux Etats-Unis et enseigne en Nouvelle-Zélande. A 62 ans, c'est un pont de la discipline. On lui doit même la découverte d'un nouveau nombre réel (Ω) qui exprime la probabilité qu'un programme aléatoire s'arrête. Alors on lit. « *Quelle erreur de penser qu'une idée mathématique doive sa pérennité à son utilité, à ses applications pratiques ! C'est tout le contraire.* » Et puis cette phrase. « *L'extrême complexité d'une réponse est probablement le signe que nous avons posé la mauvaise question.* » On l'a compris, Chaitin nous fait entrer dans un monde de poètes, de savants à la recherche de la belle idée, des accros de l'abstraction. Avec lui vous apprendrez que l'élégance est également un

concept chez les mathématiciens. Pour cela, Chaitin accepte de guider son lecteur. « *Si vous butez sur un passage, contentez-vous de le survoler.* » Car bien sûr, il y glisse quelques fractions, quelques chiffres, quelques fonctions. D'Euclide à l'ordinateur, on survole, on se perd parfois, mais Chaitin est là pour tenter de nous expliquer que le hasard aussi a sa place dans les calculs complexes. « *Je conçois l'ADN comme un programme informatique dont la fonction est de calculer l'organisme.* » Entre les chiffres et les lettres, l'informatique et la philosophie, voici un voyage difficile, certes, mais assez vertigineux !

LAURENT LEMIRE

Gregory Chaitin

Hasard et complexité en mathématiques

FLAMMARION, « NOUVELLE BIBLIOTHÈQUE SCIENTIFIQUE »

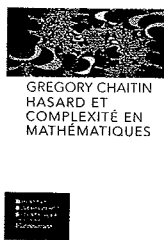
TRADUIT DE L'ANGLAIS
PAR LAURENCE DECREAU

TIRAGE : 3 000 EX.

PRIX : 28 EUROS ; 240 P.

ISBN : 978-2-0821-0568-2

SORTIE : 21 JANVIER





Mensuel ☎ : 01 40 47 44 00
T.M. : 110 000 L.M. : 641 000

La Recherche

FÉVRIER 2009

MATHÉMATIQUES

L'ACTUALITÉ



LIVRES

Gregory Chaitin

HASARD

ET COMPLEXITÉ

EN MATHÉMATIQUES

Flammarion,

« Nouvelle bibliothèque
scientifique », 2009,

320 p., 24 €.

Ce spécialiste de la complexité propose un parcours partant de l'infinité des nombres premiers pour aboutir au nombre Ω , un nom-

bre aléatoire incalculable qu'il a défini, en passant par l'information algorithmique.



À la limite des mathématiques

JEAN-MICHEL KANTOR

GREGORY CHAITIN
HASARD ET COMPLEXITÉ
EN MATHÉMATIQUES

Nouvelle bibliothèque scientifique
 Flammarion éd., 320 p., 28 €

Gregory Chaitin a fait toute sa carrière de mathématicien-informaticien au centre de recherches d'IBM à New York. Son livre est un aperçu, pour non-spécialistes, de ses principaux travaux, ce qui explique l'enthousiasme de l'auteur, et ses efforts de pédagogie. Mais le succès est-il au rendez-vous ?

Chaitin s'est appuyé sur la notion de programme informatique pour donner une définition mathématique rigoureuse de ce qu'est un « nombre aléatoire », un nombre (réel, avec une infinité de décimales) choisi au hasard. Il s'est inspiré pour cela d'idées introduites par Émile Borel au début du XX^e siècle.

On définit d'abord la complexité d'un nombre quelconque par l'intermédiaire de la longueur d'un programme informatique minimal le définissant. Un nombre aléatoire est un nombre tel que tout programme permettant de calculer les N premières décimales est de longueur sensiblement égale à N.

Chaitin a ainsi posé les fondements (indépendamment du célèbre mathématicien Andreï Kolmogorov), d'une nouvelle discipline, la théorie algorithmique de l'information.

Après un exposé historique tout à fait abordable de la célèbre « hypothèse du conti-

nu » posée au début du XX^e siècle, puis du résultat (1931) de Kurt Gödel sur l'incomplétude (selon lequel il existe des faits mathématiques vrais mais indémontrables), qui a ruiné les espoirs de l'école axiomatique de David Hilbert, Chaitin explique simplement les travaux d'Alan Turing, inventeur de l'ordinateur – la machine de Turing – sur le problème de l'arrêt, en 1936. Le problème de l'arrêt est le suivant : existe-t-il un programme universel permettant d'indiquer si un autre programme arbitrairement donné s'arrête au bout d'un nombre fini d'étapes ?

La réponse donnée par Turing est négative. Ensuite, Chaitin nous présente le nombre mystérieux (oméga) qu'il a inventé il y a trente ans et qui symbolise en quelque sorte les limites de la connaissance mathématique puisqu'il fait intervenir tous les programmes informatiques (donnés avec leur longueur) qui s'arrêtent. Ce nombre mystérieux est un nombre réel d'une complexité maximale, il est incompressible, c'est-à-dire qu'aucun programme ne peut en donner les N premières décimales en moins de N lignes de programme. Autrement dit il est incalculable. Mais malgré tout il paraît « presque calculable », et Chaitin explique ses principales propriétés.

Les mathématiciens adoptent dans leur pratique des attitudes philosophiques variées, voire opposées.

Chaitin participe à un courant semi-empiriste, qui considère les mathématiques comme une discipline expérimentale au même titre que la physique, l'expérience se faisant sur ordinateur (parmi eux : D. Bailey,

J. Borwein, D. Zeilberger). L'argument principal de Chaitin à l'appui de cette thèse est le suivant :

contrairement à l'opinion des mathématiciens « classiques », le résultat d'incomplétude n'est pas un fait isolé, la plupart des énoncés mathématiques, en particulier les plus intéressants d'entre eux, sont inaccessibles à toute démonstration, il vaut mieux chercher à les vérifier expérimentalement ou heuristiquement.

Les revues mathématiques se sont ouvertes à cet état d'esprit. On cherche activement des méthodes informatiques de recherche d'énoncés intéressants, ou de démonstrations, ou de vérification de preuves. Le courant de recherches se développe. On pourra consulter à ce sujet le site de Doron Zeilberger.

Les outils très puissants de l'informatique ont aussi produit dans certains cas un surdimensionnement de l'ego (exemples : Benoît Mandelbrot et ses fractals, Stephen Wolfram et ses automates cellulaires). Gregory Chaitin, quand il ne se place pas dans la lignée de Leibniz se situe aux côtés des grands maîtres Gödel et Turing (d'ailleurs Kolmogorov est bizarrement oublié de l'index du livre), et veut nous faire prendre son nombre Oméga pour le Graal.

Les notes du traducteur ou les compléments introductifs (très approximatifs) auraient dû chercher à corriger cette autoglossification qui tourne au ridicule. Le dernier paragraphe s'intitule « Contre l'excès d'ego ».

On ne saurait mieux conclure. |

Bimensuel
 T.M. : 20 000

☎ : 01 48 87 48 58
 L.M. : 85 000

LA QUINZAINE LITTÉRAIRE

DU 1ER AU 15 FEVRIER 2009



Mensuel
T.M. : 332 858

☎ : 01 55 35 56 00
L.M. : 2 286 000

SCIENCES ET AVENIR

MARS 2009

Les nombres existent-ils vraiment ?



Les maths réservent toujours des surprises. Un spécialiste en la matière expose ici ses connaissances sur de bien curieux objets. Des nombres réels qui n'existent pas. D'autres qui existent mais qu'on ne peut calculer, ou dont on se demande s'ils sont aléatoires... Prenant prétexte de vulgariser l'une de ses principales découvertes, celle d'oméga, un nombre justement incalculable, aléatoire mais bien défini, le mathématicien nous invite à partager sa passion des nombres et de l'informatique. L'originalité de son livre tient

justement dans l'exposé du rôle, parfois méconnu, de l'informatique en maths. Gregory Chaitin montre ainsi qu'il est possible de démontrer des théorèmes très connus en faisant appel au raisonnement informatique plutôt qu'à l'algèbre ou à l'analyse. Petit à petit, le lecteur se retrouvera également plongé dans des interrogations philosophiques. L'Univers laisse-t-il la place au hasard ? L'espace-temps est-il continu ou discontinu ?

D. L.

Hasard et complexité en mathématiques,
Gregory Chaitin, Flammarion, 230 p., 20 €